

Roll No.

S.C.No.—M/21/2004305

B. Sc. EXAMINATION, 2021

(Third Semester)

(Main/Re-appear)

MATHEMATICS

12BSM233

Statics

Time : 3 Hours] [Maximum Marks : 40

Note : Attempt any Five questions. All questions carry equal marks.

किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

1. (a) The resultant of two forces P and Q trisects the angle between them. Show that if $P > Q$, then the angle between them is $3 \cos^{-1} \left(\frac{P}{2Q} \right)$ and the resultant is $\frac{P^2 - Q^2}{Q}$.

M/21/2004305(TR)

P.T.O.

P और Q दो बलों के परिणामी उनके बीच के कोणों को समत्रिभाजन करते हैं । दर्शाइए कि यदि $P > Q$, तो उनके बीच का कोण

$3 \cos^{-1} \left(\frac{P}{2Q} \right)$ तथा परिणामी $\frac{P^2 - Q^2}{Q}$ है ।

- (b) Two unlike parallel forces P and Q ($P > Q$), x metre apart act at two points of a rigid body. Show that if direction of P be reversed, the resultant is displaced through a distance $\frac{2PQ}{P^2 - Q^2} x$ metres.

P और Q ($P > Q$), दो विपरीत समानान्तर बल एक कठोर निकाय के दो बिन्दुओं पर x मीटर दूरी पर कार्य करते हैं । दर्शाइए कि यदि P की दिशा को उल्टा दिया जाए, तो परिणामी $\frac{2PQ}{P^2 - Q^2} x$ मीटर दूरी से विस्थापित हो जाता है ।

M/21/2004305(TR)

2. (a) Three forces $3P$, $7P$, $5P$ act along the sides AB , BC , CA of an equilateral triangle ABC . Find the magnitude and direction of their resultant and find also the point E in which the line of action meets BC .

$3P$, $7P$, $5P$ तीन बल एक समभुज त्रिभुज ABC की AB , BC , CA भुजाओं के साथ कार्य करते हैं। उनके परिणामी का परिमाण तथा दिशा ज्ञात कीजिए तथा बिन्दु E भी ज्ञात कीजिए जिसमें कार्य की रेखा BC से मिलती है।

- (b) $ABCDEF$ is a regular hexagon. Forces P , $2P$, $3P$, $2P$, $5P$, $6P$ act along AB , BC , DC , ED , EF , AF respectively. Show that six forces are equivalent to a couple and find its moment.

$ABCDEF$ नियमित षट्भुज है। P , $2P$, $3P$, $2P$, $5P$, $6P$ क्रमशः AB , BC , DC , ED , EF , AF के साथ कार्य करते हैं। दर्शाइए कि छः बल एक युग्म के समतुल्य हैं तथा इसका आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

3. (a) A solid cone of height h and semi-vertical angle α is placed with its base against a smooth vertical wall and is supported by a string attached to its vertex and to a point in the wall. Show that the greatest possible length of string is

$$h\sqrt{1 + \frac{16}{9}\tan^2\alpha}.$$

h लम्बाई तथा अर्ध-लम्बवत् कोण α का एक ठोस शंकु एक चिकनी लम्बवत् दीवार के विरुद्ध अपने आधार पर रखा हुआ है तथा दीवार में एक बिन्दु तथा इसके शीर्ष से लगी डोरी द्वारा समर्थित है। दर्शाइए कि डोरी की सबसे बड़ी

सम्भव लम्बाई $h\sqrt{1 + \frac{16}{9}\tan^2\alpha}$ है।

- (b) Two equal heavy rods of weight W and length $2a$ are freely hinged together and placed symmetrically over a smooth fixed sphere of radius r . Show that the inclination of each rod to the horizontal is given by $r(\tan^3\theta + \tan\theta) = a$.

W भार तथा $2a$ लम्बाई की दो समान भारी छड़ें स्वतंत्र रूप से एक साथ टिकी हैं तथा त्रिज्या r के चिकने स्थिर गोले के ऊपर संतुलित रखी हुई हैं। दर्शाइए कि क्षैतिज से प्रत्येक छड़ का झुकाव $r(\tan^3 \theta + \tan \theta) = a$ द्वारा दिया गया है।

4. (a) Find the limits between which a force must lie in order to keep a body in equilibrium on a rough inclined plane, when the force acts horizontally.

उन सीमाओं को ज्ञात कीजिए जिनके बीच एक बल खुदरे नत समतल पर संतुलन रखने के लिए क्रम में एक बल होना चाहिए, जब बल क्षैतिज रूप से कार्य करता हो।

- (b) A uniform circular lamina of radius $3a$ and centre O has a hole in the form of an equilateral triangle of side $2a$ with one vertex at O . Prove that the distance

of the C.G. from O is $\frac{2a}{9\pi - \sqrt{3}}$.

त्रिज्या $3a$ तथा केन्द्र O के एक समरूप वृत्ताकार लैमिना में O पर एक शीर्ष के साथ भुजा $2a$ का एक समभुज त्रिभुज के रूप में एक छिद्र है। सिद्ध कीजिए कि O से C.G.

की दूरी $\frac{2a}{9\pi - \sqrt{3}}$ है।

5. (a) A heavy uniform rod of length $2a$ rests with its ends in contact with two smooth inclined planes of inclination α and β to the horizon. If θ be the inclination of the rod to the horizon, prove by the principle of virtual work that

$$\tan \theta = \frac{1}{2}(\cot \alpha - \cot \beta).$$

$2a$ लम्बाई की एक भारी समरूप छड़ अपने छोरों के साथ क्षैतिज से झुके α और β के दो चिकने नत समतलों के सम्पर्क में विरामावस्था में है। यदि θ क्षैतिज से छड़ का झुकाव है, तो आभासी कार्य के सिद्धांत द्वारा सिद्ध कीजिए

कि $\tan \theta = \frac{1}{2}(\cot \alpha - \cot \beta)$.

- (b) Four rods are jointed to form a parallelogram, the opposite points are joined by strings forming diagonals and the whole system is placed on a smooth horizontal table. Show that their tensions are in the same ratio as their lengths.

समानान्तर चतुर्भुज बनाने के लिए चार छड़ें जोड़ी गयीं हैं, विकर्ण बनाते हुए डोरियों द्वारा विपरीत बिन्दुओं को मिलाया गया है तथा पूर्ण सिस्टम चिकनी क्षैतिज टेबल पर रखा गया है। दर्शाइए कि उनकी लम्बाइयों के अनुसार उनका तनाव समान अनुपात में हैं।

6. (a) Show that every given system of forces acting on a rigid body can be reduced to a wrench. <https://www.cbluonline.com>
दर्शाइए कि खुदरे निकाय पर कार्यरत बलों का प्रत्येक दिया हुआ सिस्टम एक रेंच में घटाया जा सकता है।
- (b) A force P acts along the axis of x and another force 3P along a generator of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$. Show that the central axis lies on the cylinder $9(3x - z)^2 + 100y^2 = 81a^2$.

एक बल P, x के अक्ष के साथ कार्य करता है और दूसरा बल 3P सिलिण्डर $x^2 + y^2 = a^2$ के जनरेटर के साथ कार्य करता है। दर्शाइए कि केन्द्रीय अक्ष सिलिण्डर $9(3x - z)^2 + 100y^2 = 81a^2$ पर है।

7. (a) If P and Q be two non-intersecting forces whose directions are perpendicular, show that the ratio of distance of the central axis from their lines of action are Q^2 to P^2 .

यदि P तथा Q दो गैर-प्रतिच्छेदन बल हैं जिनकी दिशाएँ लम्बवत् हैं, दर्शाइए कि केन्द्रीय अक्ष की दूरी का अनुपात उनके कार्य की रेखाओं से Q^2 तथा P^2 है।

- (b) Find the condition that the straight line $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$ may be a null line for the system of forces (X, Y, Z; L, M, N).

वह स्थिति ज्ञात कीजिए कि सीधी रेखा

$$\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n} \quad \text{बल (X, Y, Z)}$$

L, M, N) के निकाय के लिए शून्य रेखा हो सकती है ।

8. (a) A body consisting of a cone and a hemisphere in the same base, rest on a rough horizontal table, the hemisphere being in contact with the table. Show that the greatest height of the cone, so that the equilibrium may be stable, is $\sqrt{3}$ times the radius of the hemisphere. एक निकाय जिसमें एक शंकु है तथा उसी आधार पर एक अर्धगोला है, एक खुदरी क्षैतिज तल पर विरामावस्था में है, अर्धगोला टेबल के संपर्क में है । दर्शाइए कि शंकु की महत्तम लम्बाई, इस प्रकार कि साम्यावस्था स्थिर हो सकती है, अर्धगोले की त्रिज्या के $\sqrt{3}$ गुनी है ।

- (b) A heavy body, the section of which is a cycloid, rests on a rough horizontal plane and has its C.G. at the centre of curvature of the curve at the point of contact. Show that the equilibrium is unstable.

एक भारी निकाय, जिसकी काट साइक्लोइड है, एक खुदरे क्षैतिज तल पर स्थित है और सम्पर्क बिन्दु पर वक्र की वक्रता के केन्द्र में इसकी C.G. है । दर्शाइए कि साम्यावस्था अस्थिर है ।

9. (a) State Lami's theorem. लामी की प्रमेय का वर्णन कीजिए ।
(b) Define like and unlike parallel forces. पसंद और नापसंद समानान्तर बलों को परिभाषित कीजिए ।
(c) P and Q are two parallel forces. Even on increasing them by x and y respectively, the position of their resultant does not change. Prove that :

$$P : Q :: x : y$$

P तथा Q दो समानान्तर बल हैं। यहाँ तक कि इनको क्रमशः x और y तक बढ़ाने पर भी इनका परिणामी नहीं बदलता है। सिद्ध कीजिए कि :

$$P : Q :: x : y$$

- (d) Write the conditions of equilibrium of a system of coplanar forces acting on a rigid body.

खुदरे निकाय पर कार्यरत कोप्लानर बलों के निकाय की साम्यावस्था की स्थिति का वर्णन कीजिए।

- (e) Define Wrench and Poinsot's central axis.
रेंच तथा प्वाइन्सोट के केंद्रीय अक्ष का परिभाषित कीजिए।
- (f) State Varignon's theorem on moments.
आघूर्णों पर वरिगनॉन की प्रमेय का वर्णन कीजिए।