

B. Sc. EXAMINATION, Dec. 2019

(First Semester) (Main Re-appear)

MATHEMATICS

12BSM111

Algebra

Time 3 Hours

Maximum Marks - 40

Note Question paper will consist of Five Sections.
Attempt one question from each Section.
Section V is compulsory.

प्रश्न पत्र में पाँच खण्ड हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। खण्ड V अनिवार्य है।

Section I

खण्ड I

✓ (a) If A and B are square matrices of order n ,

(4-01/3) II-D/19/2004103(U-55)

C.B.U.

then AB is invertible if and only if A and B are invertible and then : $3\frac{1}{2}$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

यदि A और B ऑर्डर n के वर्ग आव्यूह हैं, तो AB उल्टा है यदि और केवल यदि A तथा B उल्टा हैं और तब :

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

(b) Reduce the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ to

row reduced Echelon form, also find the rank of the matrix. $3\frac{1}{2}$

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ को पंक्ति तक

कम करने में इकलोन फॉर्म को कम कीजिए। आव्यूह की रैंक भी ज्ञात कीजिए।

2. (a) State and prove Cayley Hamilton theorem.

3½

कैले हैमिल्टन प्रमेय का वर्णन कर सिद्ध कीजिए।

(b) Find the characteristic equation and minimal equation of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & -1 \\ 4 & 7 & -1 \\ -4 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

is the matrix derogatory ?

3½

आव्यूह :

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & -1 \\ 4 & 7 & -1 \\ -4 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

डेरोगेटरी (अपमानजनक) आव्यूह हैं, के अभिलाक्षणिक समीकरण तथा मिनीमल (न्यूनतम) समीकरण ज्ञात कीजिए।

✓ (a) For what value of r the system of equations :

$$x - 2y - z + 1 = 0$$

$$3x - y + 2z - 1 = 0$$

$$x + rz = 1$$

has (i) no solution (ii) unique solution

(iii) infinite solution.

3½

r के किस मान के लिए समीकरण :

$$x - 2y - z + 1 = 0$$

$$3x - y + 2z - 1 = 0$$

$$x + rz = 1$$

के निकाय का (i) कोई हल नहीं है, (ii) अद्वितीय हल है (iii) अनन्त हल है।

(b) For what value of λ the system :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

has (i) a unique solution (ii) more than one solution ? 3½

λ के किस मान के लिए निकाय :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

का (i) एक अद्वितीय हल है, (ii) एक से अधिक हल है ।

4. (a) Reduce the form XAY into canonical form

where $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Also find

equations of transformations. 3½

जहाँ XAY को कैनोनिकल फॉर्म में कम कीजिए

जहाँ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ रूपान्तरण के समीकरण

भी ज्ञात कीजिए ।

(b) Diagonalize the following quadratic forms and find equations of transformations 3½

$$y^2 - 2xy + xy$$

निम्नलिखित द्विघात रूपों को विकर्ण कीजिए और रूपान्तरण समीकरण ज्ञात कीजिए :

$$y^2 - 2xy + xy$$

Section III

खण्ड III

(a) Solve the equation $x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$ the roots being in A.P. 3½

समीकरण $x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$ को हल कीजिए जहाँ मूल A.P. में हैं ।

Find the condition that the roots $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ of the equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ should be connected by the relation $\alpha\beta = \gamma\delta$ 3½

वह स्थिति ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ के मूल $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ संबंध $\alpha\beta = \gamma\delta$ द्वारा जुड़े होने चाहिए।

6. (a) The difference of two roots of the equation $x^3 - 13x^2 + 15x + 18a = 0$ is 2. Solve it by increasing the roots by 2. 3½

समीकरण $x^3 - 13x^2 + 15x + 18a = 0$ के दो मूलों का अंतर 2 है। इसे 2 मूल बढ़ाकर हल कीजिए।

(b) Find the equation of the squared differences of the roots of $x^3 + 6x^2 + 9x + 4 = 0$. 3½

समीकरण $x^3 + 6x^2 + 9x + 4 = 0$ के मूलों के

7. (a) Discuss the nature of roots of the cubic : 3½

$$z^3 + 3Hz + G = 0$$

घन $z^3 + 3Hz + G = 0$ के मूलों की प्रकृति का वर्णन कीजिए।

(b) Solve $x^4 + qx^2 + rx + s = 0$ by Descartes's method. 3½

देकार्त विधि से $x^4 + qx^2 + rx + s = 0$ हल कीजिए।

8. (a) Show that the equation $2x^7 + 3x^4 + 3x + k = 0$ has at least 4 imaginary roots for all values of k . 3½

दर्शाइए कि k के सभी मानों के लिए कम से कम 4 काल्पनिक मूल समीकरण $2x^7 + 3x^4 + 3x + k = 0$ के हैं।

- (b) Apply Descartes's rule of sign to discuss the nature of the roots of the equation : 3%

$$3x^4 + 12x^2 + 5x - 4 = 0$$

समीकरण $3x^4 + 12x^2 + 5x - 4 = 0$ के मूलों की प्रकृति का वर्णन करने के लिए देकार्त का साइन नियम प्रयोग कीजिए ।

Section V

खण्ड V

Compulsory Question

(अनिवार्य प्रश्न)

- 9/ (a) If A and B are square matrices of same order and A is non-singular then prove that :

$$|A^{-1}BA| = |B|$$

बदि A तथा B उसी क्रम के वर्ग आव्यूह हैं तथा A व्युत्क्रमणीय है, तो $|A^{-1}BA| = |B|$ सिद्ध कीजिए ।

- (b) If A is unitary matrix of order n then show that it is non singular and $|A| = \pm 1$.

बदि A ऑर्डर n का एकतात्मक मैट्रिक्स है तो दिखाइए कि यह व्युत्क्रमणीय है तथा $|A| = \pm 1$ ।

- (c) If A is an n square matrix of rank n then show that $\text{adj}(A) \neq 0$.

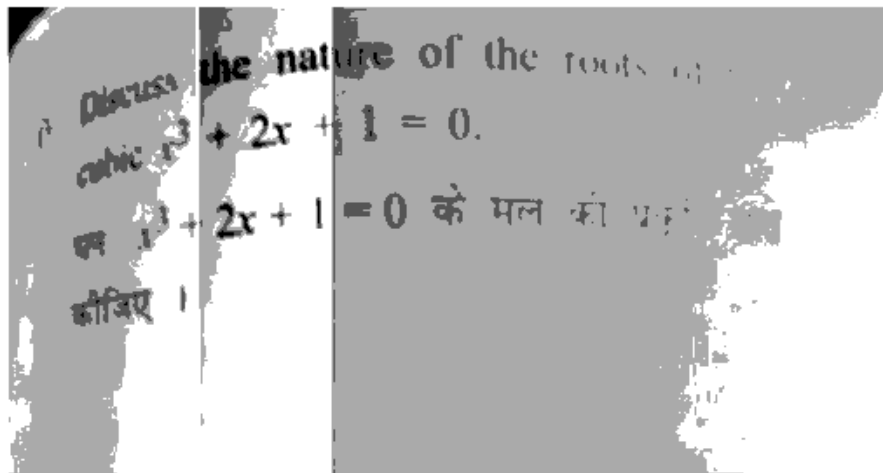
बदि A रैंक n का वर्ग आव्यूह है, तो दिखाइए कि यह व्युत्क्रमणीय है तथा $(A) \neq 0$ ।

- (d) Prove that inverse of a unitary matrix is unitary.

सिद्ध कीजिए कि एकतात्मक आव्यूह का प्रतिव्युत्क्रम एकतात्मक है ।

- (e) Form an equation of lowest degree with rational coefficients, one of whose roots is $\sqrt{2} + \sqrt{-3}$.

परिमय गुणांक वाले न्यूनतम डिग्री का समीकरण बताइए जिसका एक मूल है $\sqrt{2} + \sqrt{-3}$ है ।



<https://www.cbluonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

<https://www.cbluonline.com>