

S.C.No.—2104301

B.A./B.Sc. EXAMINATION, 2023

(Third Semester)

(Only for Main Students)

MATHEMATICS

20UMTH301

Differential Equations

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 40

Note : Attempt Five questions in all, selecting one question from each Unit. Q. No. 1 is compulsory.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है।

1. (a) Solve the differential equation : 4

$$x dx + y dy + \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} = 0$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x dx + y dy + \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} = 0$$

- (b) Find integrating factor and thus solve the equation : 4

$$(xy^2 + 2x^2y^3) dx + (x^2y - x^3y^2) dy = 0$$

इंटीग्रेटिंग फैक्टर निकालिए तथा उससे समीकरण हल कीजिए :

$$(xy^2 + 2x^2y^3) dx + (x^2y - x^3y^2) dy = 0$$

2. (a) Solve the differential equation : 4

$$y = 2px + y^2 p^3$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$y = 2px + y^2 p^3$$

(b) Reduce the equation $xp^2 - 2py + x + 2y = 0$ to Clairaut's form by putting $y - x = v$ and $x^2 = u$. 4

$y - x = v$ तथा $x^2 = u$ रखकर समीकरण $xp^2 - 2py + x + 2y = 0$ का क्लैरौट रूप में समानयन कीजिए ।

Unit II

इकाई II

3. (a) Solve the differential equation : 4

$$\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - y = \cos 2x$$

अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - y = \cos 2x$$

(b) Solve the differential equation : 4

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = xe^x \sin x$$

अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = xe^x \sin x$$

4. (a) Find the orthogonal trajectories of the curves $r^n = a^n \cos n\theta$. 4

वक्र $r^n = a^n \cos n\theta$ की लंबकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिए ।

(b) Solve : 4

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$$

Unit III

इकाई III

5. (a) Obtain partial differential equation by eliminating the arbitrary functions from the following : 4

$$f(x^2 + y^2, z - xy) = 0$$

निम्नलिखित से स्वैच्छिक फलनों का विलोपन करके आंशिक अवकल समीकरण निकालिए :

$$f(x^2 + y^2, z - xy) = 0$$

(b) Solve : 4

$$z(xy + z^2)(px - qy) = x^4$$

हल कीजिए :

$$z(xy + z^2)(px - qy) = x^4$$

6. (a) Solve : 4

$$z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2$$

हल कीजिए :

$$z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2$$

(b) Find the complete integral of the equation $z^2 = 1 + p^2 + q^2$ by using Charpit's method. 4

चारपिट विधि के प्रयोग से समीकरण $z^2 = 1 + p^2 + q^2$ का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए।

7. (a) Solve the partial differential equation : 4

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = y^2 + xy + x^2$$

आंशिक अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = y^2 + xy + x^2$$

(b) Solve : 4

$$D^2 + 2DD' + (D')^2 - 2D - 2D' = \sin(x + 2y)$$

हल कीजिए : <https://www.cbluonline.com>

$$D^2 + 2DD' + (D')^2 - 2D - 2D' = \sin(x + 2y)$$

8. (a) Find the solution of one-dimensional wave equation by the method of separation of variables. 4

एक पृथक्करण विधि से एकविमीय तरंग समीकरण का हल प्राप्त कीजिए।

(b) Solve the equation :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, 0 < x < 1$$

$t > 0$ subject to conditions :

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

and $u(x, 0) = 5 \sin 2\pi x$.

समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, 0 < x < 1$$

दी गई शर्तों के अधीन :

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

तथा $u(x, 0) = 5 \sin 2\pi x$.

Compulsory Question

अनिवार्य प्रश्न

9. (a) Define exact differential equation. Write the condition to check whether $Mdx + Ndy = 0$ is exact or not. 1

यथातथ अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिए
यह जाँचने के लिए शर्त बताइए कि $Mdx + Ndy = 0$ यथातथ है कि नहीं ।

(b) Solve :

$$(y - px)^2 = 1 + p^2$$

हल कीजिए :

$$(y - px)^2 = 1 + p^2$$

(c) Find the complete solution of differential equation :

$$(D^4 + 5D^2 + 6)y = 0$$

अवकल समीकरण $(D^4 + 5D^2 + 6)y = 0$ का
पूर्ण हल ज्ञात कीजिए ।

(d) Find the order and degree of the given equation :

$$\left[1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{5/2} = 3 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

दिए गए समीकरण का ऑर्डर व डिग्री निकालिए :

$$\left[1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^3\right]^{5/2} = 3 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

- (e) Write the Jacobi's auxiliary equation for : 1

$$f(x_1, x_2, x_3, p_1, p_2, p_3) = 0$$

$f(x_1, x_2, x_3, p_1, p_2, p_3) = 0$ हेतु जैकोबी का ऑक्जिलरी समीकरण लिखिए ।

- (f) Form the partial differential equation by eliminating the arbitrary constants : 2

$$4z = \left(ax + \frac{y}{b} + b\right)^2$$

स्वैच्छिक नियतांकों का विलोपन करके आंशिक अवकल समीकरण बनाइए :

$$4z = \left(ax + \frac{y}{b} + b\right)^2$$

- (g) Write two dimensional heat equation. 1

द्विविमीय ऊष्मा (तप) समीकरण लिखिए ।